《义务教育数学课程标准（2022年版）》解读

东北师范大学　史宁中

提纲

一、课程标准修订的背景和要点
二、核心素养的理解与表达
三、内容变化与教学建议

一、背景与要点

2001年颁布《义务教育数学课程标准（实验稿）》，出版相应教材。

2005年出现一些问题，教育部启动修订，2006年提出四基。

2011年版《义务教育数学课程标准》的**变化**

课程目标，结果性目标＋过程性目标

拓展为四基：基础知识、基本技能＋基本思想、基本活动经验

拓展为四能：分析问题、解决问题＋发现问题、提出问题

课程内容，把“空间与图形”修订为“图形与几何”

给出若干几何基本事实（2022年版增加两个代数基本事实）

核心素养，运算、推理、空间想象力→符号意识、数感、空间观念、几何直观、运算能力、推理能力、模型数学、数据分析观念核心词

一、背景与要点

数学**基本思想**

数学产生和发展所必须依赖的那些思想

学习过数学的人所应当具有的思维特征

包括；**抽象、推理、模型**

通过抽象，得到数学的研究对象。对现实生活中的数量与数量的关系、图形与图形关系进行抽象，形成数学的**研究对象**，用**定义**或**符号**表达。

通过推理，得到数学的研究结果。借助归纳与类比，考察数学研究对象的性质、关系和规律，**得到结论**；借助计算和演绎，**验证结论**。

通过模型，构建数学与现实世界的桥梁。用数学的概念、方法和结论**认识、理解**和**表达**现实世界。

一、背景与要点

2022年版《义务教育数学课程标准》修订的**要点**

所有学科共同的

一、落实“立德树人”的根本任务

十八大、十九大提出教育委落实“立德树人”的根本任务

2014年教育部是出通过核心素养落实，对高中课标提出明确要求

义教课标修订如何落实、如何衔接

二、实现“学科融合”的教育要求

学科融合对于义务教育是必要的，也是国际课程的发展趋势

提倡把跨学科内容、传统文化内容融入数学课程

义教课标修订如何设计、如何表述

一、背景与要点

数学学科特殊的

1．如何划分学段，把小学“两个学段”分解为“三个学段”；

2．如何把四基、四能与核心素养有机融合，**如何理解核心素养**；

3．如何调整课程结构与内容，增加**代数推理**，增强**几何直观**，提升**数学素养**；

4．如何丰富“综合与实践”的内容，与**跨学科知识**、**传统文化**有机结合；

5．如何在小学阶段，体现数认识和运算的**一致性**。

两个基本原则

一是保留2011年版《义务教育数学课程标准》的合理内核

二是延续2017年版《普通高中数学课程标准》的核心素养

一、背景与要点

数的认识缺乏一致性，通过现实背景认识，缺乏一个数学化的过程。

整数强调数量，小数强调现实，元、角、分；米、分米、厘米

分数强调等分，没有强调分数单位，比较1/2>1/3

数的运算缺乏一致性，通过实际意义说明，不同运算有不同的道理。

分数和小数的除法是小学数学教学重点和难点

分数除法，用包含除的原理解释

从1÷1/3＝3，到4÷1/3＝4×1÷1/3＝4×(1÷1/3)＝4×3

小数除法，用商不变的原理解释

0.4÷0.02＝(0.4×100)÷(0.02×100)＝40÷2＝20

一、背景与要点

于是如弗赖登塔尔在《作为教育任务的数学》中所说

一味地依赖具体情境会使得除法问题变得更加复杂。由于教师与教科书编写者对于如何从直观的分数进展到算法的分数，最终又如何引出分数的规则，缺乏适当的观念，从而使情况更为恶化。

适当观念，小学数学教育数学化的过程。

具体方法，内容出发到舍弃内容的过程。

参考“关于除数是分数或者小数除法的一个注”史宁中，《数学教育学报》，2019年第5期

二、理解与表达

2017年版《普通高中数学课程标准》提出“**学科核心素养**”

落实教育要**立德树人**根本任务（十八大），指引课程目标的制定。

2022年版《义务教育数学课程标准》发展“**核心素养**”

小学、初中、高中；大学、研究生；教师、研究者，具有三个基本特征。

内涵的一致性：

内涵保持不变，每一个学习过数学的人都应当具有的，但又是终极的。

表现的阶段性：

不同学段有不同的表现，涉及身心发展、知识储备，也涉及经验积累。

表述的整体性：

既有数学特征、又有教育特征，既表述学科思维、又表述认知心理。

二、理解与表达

现在表述为：**通过数学教育学生获得的核心素养**＝数学核心素养

是数学教育的、与人的行为（思维、做事）有关的**终极目标**

是学生在**本人参与**的数学活动中，逐步形成发展的

是经验的积累、是过程性目标的拓展、是四基的**继承发展**

把核心素养表述为

会用**数学的眼光**观察现实世界

会用**数学的思维**思考现实世界

会用**数学的语言**表达现实世界

二、理解与表达

会用数学的**眼光**观察现实世界，比**数学抽象**更加上位。

数学为人们提供了一种**认识与探究现实世界**的观察方式。通过对现实世界中基本数量关系与空间形式的观察，学生

（1）能够直观理解所学的数学知识及其现实背景；

（2）能够在生活实践和其他学科中发现基本的数学研究对象及其所表达的事物之间简单的联系与规律；

（3）能够在实际情境中发现和提出有意义的数学问题，进行数学探究。

（4）逐步养成从数学角度观察现实世界的意识与习惯，发展好奇心、想象力和创新意识。

二、理解与表达

核心素养的数学特征：

数学眼光：数学抽象；数学特征：数学的一般性

数学思维：逻辑推理；数学特征：数学的严谨性

数学语言：数学模型；数学特征：应用的广泛性

核心素养的教育特征：

意识是指基于经验的感悟，观念是指基于概念的理解，能力是指基于实践的掌握

核心素养的阶段特征：

低学段基于感官、更具体、更侧重意识

高学段基于概念、更一般、更侧重观念、思想、能力

保留：2011年版义教课标10个核心词＋2017年版高中课标6个表现

二、理解与表达

核心素养表现：高中6个，初中7个，小学9个＋应用意识、创新意识

数学眼光：	高中	数学抽象；	直观想象
	初中	抽象能力；	空间观念、几何直观
	小学	符号意识、数感、量感；	空间观念、几何直观
数学思维：	高中	逻辑推理；	数学运算
	初中	推理能力；	运算能力
	小学	推理意识；	运算能力
数学语言：	高中	数学建模；	数据分析
	初中	模型思想；	数据观念
	小学	模型意识；	数据意识

二、理解与表达

课程性质表述的变化，兼容**数学学科**的和**数学教育**的基本特征。

数学是研究数量关系和空间形式的科学。

数学源于对现实世界的抽象，通过对数量和数量关系的抽象、图形和图形关系的抽象，得到数学的研究对象及其关系；

基于抽象结构，通过对研究对象的符号运算、形式推理、模型构建等，形成数学的结论和方法，帮助人们**认识**、理解和表达现实世界的本质、关系和规律。

数学不仅是运算和推理的工具，还是表达和交流的语言。数学承载着思想和文化是人类文明的重要组成部分。

二、理解与表达

这样的对数学的理解是从伽利略和牛顿那个时代开始的。

作为科学家的伽利略曾经感慨：

哲学被写在展现于我们眼前的伟大之书上。这里我指的是宇宙。但是，如果我们不首先学会用来书写它的语言和符号，我们就无法理解它。这本书是以数学语言写的。它的符号就是三角形、圆和其他几何图形，没有这些符号的帮助，我们简直无法理解它的片言只语：没有这些符号，我们只能在黑暗的迷宫中徒劳地摸索。

爱因斯坦的评价：

由于伽利略看到了这一点，尤其是由于他向科学界谆谆不倦地教导这一点。他才成为近代物理学之父。事实上，也成为整个近代科学之父。

三、变化与建议

学段变化：三个学段→四个学段：1～2，3～4，5～6，7～9

课时：　3　　4　　5　　6

体例变化：增加一章学业质量，

课程实施中增加内容教学研究与教师培训

表述形式：课程内容→内容要求、学业要求、教学提示

学习什么、学习程度、如何学习

基本原则：增加代数推理，增强几何直观

三、变化与建议

领域不变：数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践

主题整合：

整合原则

形式上**基于抽象结构**，是现代数学的基本形式，可以表述为“研究对象＋”，其中“＋”的内容可以是性质、关系、运算；

理念上**强调核心素养**，通过研究对象概念的教学与性质、或者运算、或者关系的教学有机结合。开展整体设计、分步实施以核心素养为导向的教学活动。

三、变化与建议

亚里士多德在《形而上学》中是这样阐述的：

例如，数学家用抽象的方法对事物进行研究，去掉感性的东西……线、角，或者其他的量（的定义），不是作为存在而是作为关系。

希尔伯特说的非常形象：

欧几里得关于点、线、面的定义在数学上是不重要的，它们之所以成为讨论的中心，仅仅是因为公理述说了它们之间的关系。换句话说，无论把它们称为点、线、面，还是把它们称为桌子、椅子、啤酒瓶，最终推理得到的结论都是一样的。

教材编写与**教学启示**：

从数量中抽象出自然数，那么一并从数量的多少关系中抽象出数的大小关系。

给出了分数的定义，就要比较分数的大小。

给出了角的定义，就要比较角的大小。

三、变化与建议

一、主题整合

小学阶段

数与代数领域，六个主题→两个主题

数的认识，数的运算，常见的量，探索规律，式与方程，正比例、反比例

数的认识＋数的运算→数与运算

常见的量→综合与实践

方程→初中

探索规律、式、正比例→数量关系

图形与几何领域，四个主题→两个主题

图形的认识＋测量→图形的认识与测量

图形的运动＋图形与位置→图形的位置与运动

三、变化与建议

教学实施与**教学研究**的**建议**：整体设计、分步实施

教学设计：集体备课，**学年**数学教师、**学段**数学教师、**学校**数学教师。

知道自己教学的位置，知道前后的联系。

对应核心素养，整体性：数学学科与数学教育；知识与认知。

一致性：义教教育与高中教育；每个人的、终极的。

阶段性：不同学段有不同表现；日积月累、逐渐养成。

体现教材编写，整体性：数学**知识体系**与相应**核心素养**的整体性把握。

一致性：最初**概念提出**到最后**实际应用**的一致性教学。

阶段性：数学**知识进阶**，核心**素养进阶**的阶段性实施。

三、变化与建议

综合与实践赋予具体内容，小学以主题式学习为主、初中尝试项目式学习

主题式学习：常见的量以跨学科的内容的形式设计在“综合与实践”

购物活动：认识人民币元、角、分；时间在哪里：认识时、分、秒

我的教室：认识上、下、左、右、前、后；东南西北四个方向。

项目式学习：真实情境、跨学科（10%）的真实问题，解决问题的形式。

小学高年级，初中阶段每学期至少两个。

传统文化要有数学

曹冲称象的故事：认识千克、吨，等量的等量相等，总量等于分量和

度量衡的故事，圆周率的故事：中国传统文化

三、变化与建议

二、内容变化：数与代数

小学初中：增加两个基本事实。

传递性：$a=b$，$b=c\rightarrow a=c$；

等式性质：$a=b\rightarrow a+c=b+c$。

小学减少：方程，反比例，百分数移到“统计与概率”，负数在“综合与实践”

增加：计数单位，是指个数与顺序的计量单位。

加法模型，总量＝分量＋分量

初中增加：理解负数的意义（例64），《九章算术》方程篇，

近似计算（例65）；了解代数推理（例66），被3整除；

韦达定理由选学调整为必学。

三、变化与建议

把**百分数**的内容移到“统计与概率”的理由：

适应信息时代、大数据时代的要求，

引导学生建立数据意识、数字素养。

教学变化： 确定性→确定性＋**随机性**

概念引入： 果汁含量→ 果汁含量＋**投篮命中率**

决策依据： 国家制定蓝天计划的**依据**；研制四年级同学的跳绳**标准**。

三、变化与建议

三、内容变化：图形与几何

小学增加：尺规作图。

第二学段**作给定线段**，拓展到作给定线段为边的等边三角形。

第三学段**三角形周长**，三条边首尾相接依次落在一条直线上。

初中增加：尺规作图要求。

过圆外一点作圆的切线（会用三角尺→尺规作图）

四、内容变化：统计与概率

小学变化：分类→数据分类（实物分类→抽象分类），百分数。

初中增加：省人均GDP的分类：组间相差大、组内相差小

平均数的分布式计算（高中方差的分布式计算）

三、变化与建议

增加代数推理

小学阶段说理：通过简单的归纳或类比，发现和提出一些初步的结论；

感悟从特殊到一般的有逻辑的说理过程；

学习“二位数乘以一位数”“二位数乘以二位数”“三位数乘以一位数”

猜想“三位数乘以二位数”的计算方法。

横式比竖式重要：竖式是算法，横式是算理（用到分配律）

$123\times12=123\times(2+10)=123\times2+123\times10=246+1230=1476$。

感悟数学解决问题的方法之一：化未知为已知。

初中阶段证明：加上一个正数比原来的数大，感悟有理数加法的本质；

被3整除的证明，感悟代数运算中的逻辑。

三、变化与建议

推理， 命题判断到命题判断的思维过程。

至少涉及三个命题：前提命题、论证命题、结论命题。

逻辑推理， 不是通过结论的对错进行判断，而是通过推理的过程进行判。

断推理的过程具有传递性。

归纳推理， 发现X→P，如果X ∈ A，那么A→P。

小学：数量关系，乘法算法；初中：建立方程，韦达定律。

演绎推理， 如果A→P，论证X∈A，那么X→P。

小学：曹冲称象，两边之和；初中：加正数大，几何证明。

试论数学推理过程的逻辑性一兼论什么是有逻辑的推理，史宁中《数学教育学报》，2016年(04)

三、变化与建议

增强几何直观

小学增加操作： 增加尺规作图的内容，建立图形的**直观感觉**；

三维与二维之间的转换：感悟抽象物的存在，培养**空间想象力**；

作给定线段，可以通过刻度尺度量长度，但圆规更一般。

拓展，作给定一条线段的等边三角形（**需要圆规**）

三角形周长，三条边首尾相接依次落在一条直线上。

初中加大要求： 通过**垂直平分线、角平分线**，

清晰尺规作图的教育观念：构思图形、设计流程、作图验证。

培养**空间想象力**和**几何直观**：

通过尺规作图，**猜想**三角形全等条件。

三、变化与建议

数学化的处理，《义务教育数学课程标准（2022年版）》明确要求

初步体会数是对数量的抽象，感悟数的概念本质上的一致性，形成数感和符号意识：感悟数的运算以及运算之间的关系。体会数的运算本质上的一致性，形成运算能力和推理意识。

增加计数单位概念，是说：个数和顺序的计量单位。作为**数学化抓手**。

统领数的表达：多少个计数单位（十进制个数≤9），分数4/3是4个1/3；

统领数的运算：加减法在同样计数单位上进行，分数通分的道理；

乘除法个数与个数的运算、计数单位与计数单位的运算。

因为会搭配传统的教学体例，这将会是一个漫长的过程。

三、变化与建议

形成基于核心素养的整体设计、分步实施的教学流程

1. 把握学科知识的本质、把握学生的学科认知；（教学前提）
2. 创设合适的教学情境、提出合适的学科问题；（教学预设）
3. 启发学生思考，鼓励学生与教师、学生交流；（教学过程）
4. 让学生在掌握知识技能的同时，理解知识的本质；（课堂目标）
5. 积累思维的与实践的经验，形成和发展核心素养。（阶段目标）

谢谢！

东北师范大学　史宁中